La condizione di Nyquist (3)

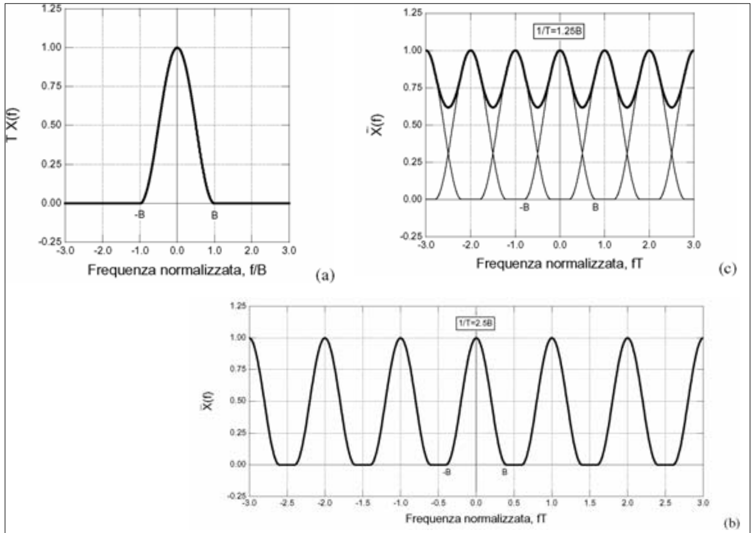
$$\bar{X}(f) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - \frac{k}{T})$$

La trasformata di Fourier di una sequenza è la periodicizzazione della trasformata del segnale originale, con una periodicità pari alla frequenza di campionamento $f_c = 1/T$.

Per garantirsi l'assenza di *aliasing*, la frequenza di campionamento deve essere tale che:

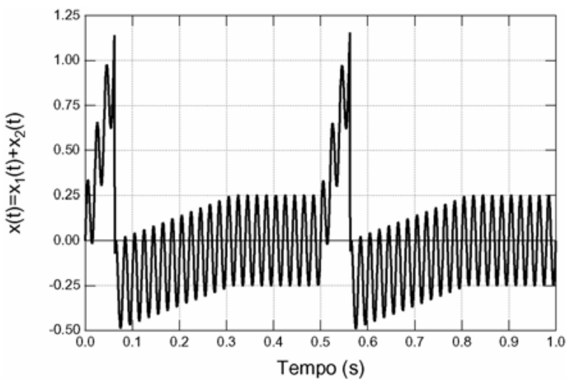
$$f_c = \frac{1}{T} \geq 2B$$

dove B è la banda del segnale.

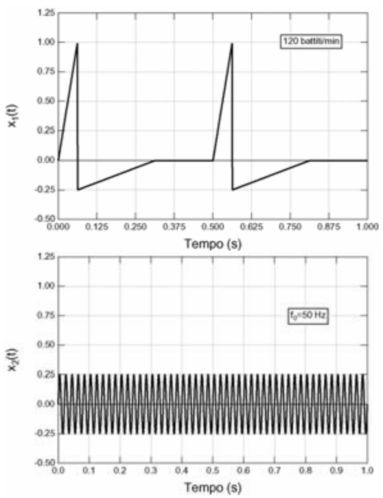


G. Ambrosi, UniPG

Filtri (?)



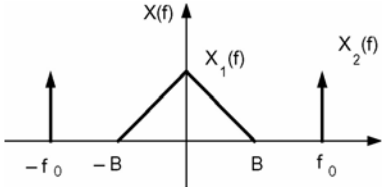
G. Ambrosi, UniPG



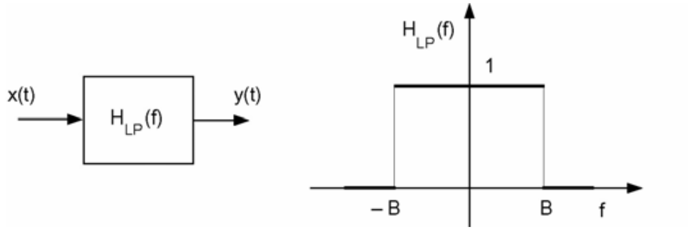
G. Ambrosi, UniPG

Passiamo al dominio frequenziale

$$X(f) = X_1(f) + X_2(f)$$



Abbiamo bisogno di un apparato con caratteristiche di selettività delle differenti componenti frequenziali del segnale: un filtro



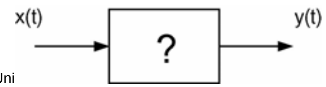
$$H_{LP}(f) = rect(\frac{f}{2B})$$ H_{LP} è la risposta in frequenza

Sistema monodimensionale (SM)

- Qualunque dispositivo od apparato che produce un segnale di *uscita* (*risposta*) in corrispondenza ad un segnale in *ingresso* (*causa*)
- Esempi:
  - Amplificatore, Filtro
  - Sistema di controllo
- Matematicamente un SM è una *trasformazione*

$$y(t) = T[x(\alpha); t]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\alpha) d\alpha$$



Proprietà dei SM (1)

- Stazionarietà: le caratteristiche del sistema non cambiano nel tempo:

  $$y(t) = T[x(\alpha); t] \Rightarrow T[x(t - t_o)] = y(t - t_o)$$
- Causalità: il valore dell'uscita all'istante t dipende solo dai valori assunti dall'ingresso ad istanti precedenti:

  $$y(t) = T[x(\alpha), \alpha \leq t; t]$$
  - Caso particolare: il sistema istantaneo

    $$y(t) = T[x(\alpha), \alpha = t; t]$$

Sistemi a tempo reale (e virtuale)

- Un sistema opera in *tempo reale* se produce il segnale di uscita *contestualmente* alla presentazione di quello in ingresso
- Un sistema opera in tempo *virtuale* se produce l'uscita successivamente all'acquisizione completa del segnale in ingresso

Domanda: che tipo di sistema è quello su cui lavorerete in laboratorio?

G. Ambrosi, UniPG

Proprietà dei SM (2)

- Linearità: se è applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti. Dato un segnale in ingresso $x(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$, la risposta è data da

$$y(t) = T[x(t)] = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

Con

$$y_1(t) = T[x_1(t)] \quad y_2(t) = T[x_2(t)]$$

G. Ambrosi, UniPG

Sistemi Lineari Stazionari (SLS)

Risposta impulsiva: sollecitiamo il sistema con un ingresso implusivo:

$$x(t) = \delta(t) \qquad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)\delta(t-\alpha)d\alpha$$

$$y(t) = T[x(t)] = T[\int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)\delta(t-\alpha)d\alpha]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T[x(\alpha)\delta(t-\alpha)]d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)T[\delta(t-\alpha)]d\alpha$$

Definiamo la risposta impulsiva: $h(t) = T[\delta(t)]$

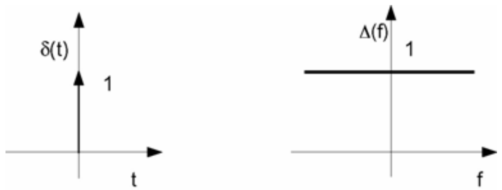
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha)h(t-\alpha)d\alpha = x(t) \otimes h(t)$$

La risposta impulsiva caratterizza completamente il sistema

G. Ambrosi, UniPG

δ di Dirac

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-i2\pi ft}dt = e^{-i2\pi ft}|_{t=0} = 1$$



G. Ambrosi, UniPG

Sistemi Lineari Stazionari (SLS)

Risposta in frequenza: sollecitiamo il sistema con un ingresso sinusoidale complesso:

$$x(t) = e^{i2\pi ft}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)x(t-\alpha)d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)e^{i2\pi f(t-\alpha)}d\alpha$$

$$y(t) = e^{i2\pi ft}\int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)e^{-i2\pi f\alpha}d\alpha$$

Definiamo la risposta in frequenza: $H(f) \equiv \left.\frac{y(t)}{x(t)}\right|_{x(t)=e^{i2\pi ft}}$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)e^{-i2\pi f\alpha}d\alpha = F[h(t)]$$

… continua

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) \Rightarrow Y(f) = H(f)X(f)$$

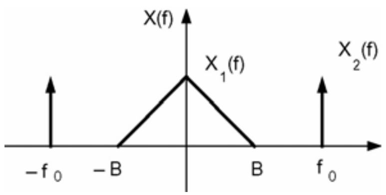
Ovvero: $H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$

Filtro: $H_{LP}(f) = rect(\frac{f}{2B})$

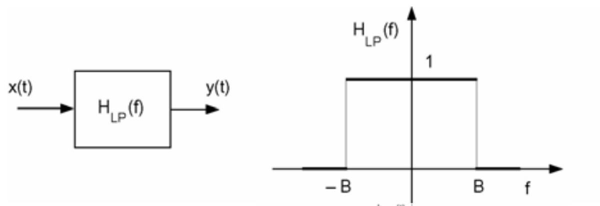
$$Y(f) = H(f)X(f) = rect(\frac{f}{2B})[X_1(f)+X_2(f)] = X_1(f)$$

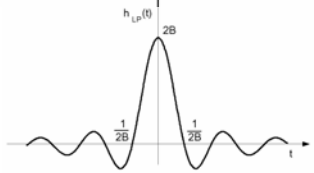
Passiamo al dominio frequenziale

$$X(f) = X_1(f) + X_2(f)$$



Abbiamo bisogno di un apparato con caratteristiche di selettività delle differenti componenti frequenziali del segnale: un filtro





$H_{LP}(f) = rect(\frac{f}{2B})$ H_{LP} è la risposta in frequenza

$h_{LP}(t) = 2Bsinc(2Bt)$ h_{LP} è la risposta impulsiva